

Szczegółowe wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania przez uczniów klas z programem nauczania **matematyki na poziomie rozszerzonym** poszczególnych śródrocznych i końcoworocznych ocen klasyfikacyjnych

Nazwa realizowanego programu: MATeMATyka - Program nauczania matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych kończących się maturą, zakres podstawowy i rozszerzony.

Autor: Dorota Ponczek, wydawnictwo: Nowa Era.

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu rozszerzonego.

LICZBY RZECZYWISTE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje cechy podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
<ul style="list-style-type: none"> • wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none"> • włącza czynnik pod znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
<ul style="list-style-type: none"> • usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza procent danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje prawidłowo informacje przedstawione na diagramach
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi)

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none"> • konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$

• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych
• wyprowadza i stosuje wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} - 1$
• uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• przeprowadza dowód nie wprost
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych
• rozwiązuje proste nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in R : x \geq -4 \wedge x < 1\} = \langle -4, 1 \rangle$
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x = a$, $ x < a$
• wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $ 2x - 3 = 3$, $ x + 4 \leq 1$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• rozwiązuje nierówności liniowe
• przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie

współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza miejsca zerowe funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne)
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
<ul style="list-style-type: none"> • określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> • opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna
• rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym
• wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia
• oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby
• określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
• na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:

$f(x) > m, f(x) < m, f(x) \geq m, f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości parametru m
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x), f(x) < g(x), f(x) > g(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
<ul style="list-style-type: none"> • sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówności kwadratowe
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych

<ul style="list-style-type: none"> znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory Viète'a
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozdziela trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dane figury są podobne
<ul style="list-style-type: none"> oblicza długości boków figur podobnych
<ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
<ul style="list-style-type: none"> wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
<ul style="list-style-type: none"> podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
<ul style="list-style-type: none"> znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta
<ul style="list-style-type: none"> rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa
• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• oblicza odległość punktu od prostej
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
• wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |
|---|

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków |
| <ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje równanie okręgu w zadaniach |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach |
| <ul style="list-style-type: none"> opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje własności jednokładności w zadaniach |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej |
| <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń |
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników |
| <ul style="list-style-type: none"> zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| <ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| <ul style="list-style-type: none"> określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| <ul style="list-style-type: none"> podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| <ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory na sumę i różnicę sześciątów |
| <ul style="list-style-type: none"> rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| <ul style="list-style-type: none"> dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ |
| <ul style="list-style-type: none"> sprawdza poprawność wykonanego dzielenia |
| <ul style="list-style-type: none"> zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$ |
| <ul style="list-style-type: none"> sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia |
| <ul style="list-style-type: none"> określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu |
| <ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej |
| <ul style="list-style-type: none"> znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność |
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste równania wielomianowe |

• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej
• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza iloraz danych wielomianów
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki
• porównuje wielomiany
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe
• szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
• stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów

FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności

<ul style="list-style-type: none"> • podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
• wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje proste równania wymierne
• rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną
• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $, $y = f(x)$, $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°
<ul style="list-style-type: none"> • określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje tożsamości trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90°, 315°, 1080°
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji okresowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażień, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)
• podaje granicę ciągów q^n dla $q \in (-1; 1)$ oraz $\frac{1}{n^k}$ dla $k > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
• podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: q^n dla $q > 0$ oraz n^k dla $k > 0$
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów

• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią Ox (proste przypadki)
• korzysta ze wzorów $(c)' = 0$, $(x)' = 1$, $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
• korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
• zna i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza w granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
• sprawdza ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
• oblicza pochodną funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym
• określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi wzory na pole trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wypisuje wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> • wypisuje permutacje danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje definicję silni
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość symbolu Newtona
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
<ul style="list-style-type: none"> • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> • określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
<ul style="list-style-type: none"> • określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
<ul style="list-style-type: none"> • podaje rozkład prawdopodobieństwa
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none"> • określa iloczyn zdarzeń

• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji
• rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona
• zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

STATYSTYKA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
• wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor
• szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek

STEREOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu

• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego
• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu
• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
• wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej
• oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej
• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej
• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu
• oblicza pola przekrojów wielościanu
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku
• wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych

PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
• przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności
• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności |
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowód nie wprost |
|---|

POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych w klasie trzeciej wiadomości (w tym próbnych egzaminów, testów diagnostycznych, prac klasowych powtórzeniowych itp.) są zgodne z wymaganiami edukacyjnymi dla poszczególnych zagadnień realizowanych w klasach pierwszej, drugiej i trzeciej.